

केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप (MEASURES OF CENTRAL TENDENCY)

साधारण अर्थ में केन्द्रीय प्रवृत्ति का अर्थ है केन्द्र (centre) की ओर झुकाव। लेकिन सांख्यिकी में केन्द्रीय प्रवृत्ति का तात्पर्य बारंबारता-वितरण (frequency distribution) में किसी प्राप्तांक में केन्द्र की ओर झुकाव से है। दूसरे शब्दों में, इसका अर्थ है कि कौन-सा प्राप्तांक वितरण के केन्द्र से नजदीक है। जैसे, नाटे माता-पिता के बच्चे अपेक्षाकृत लम्बे तथा लम्बे माता-पिता के बच्चे अपेक्षाकृत नाटे होते हैं। चैपलिन (Chaplin, 1975) के अनुसार, प्राप्तांकों के प्रातिनिधिक मूल्य को केन्द्रीय प्रवृत्ति कहते हैं। ("Central tendency refers to the representative value of the distribution of scores.")

इसी प्रकार रेबर तथा रेबर (Reber & Reber, 2001) ने भी इस विचार का समर्थन किया है और कहा है कि केन्द्रीय प्रवृत्ति का तात्पर्य प्राप्तांकों के वितरण के प्रतिरूपों अथवा औसत मूल्य से है। केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापें कौन-कौन-सी हैं। ("Central tendency-an index of central tendency is a way of describing the typical or average value of any distribution of scores.")

केन्द्रीय प्रवृत्ति का मापन तीन मापों द्वारा किया जाता है। इन मापों को मध्यमान या माध्य (The Mean), माध्यिका (The Median) तथा बहुलक (The Mode) कहते हैं।

माध्य/मध्यमान (The Mean)

माध्य या मध्यमान केन्द्रीय प्रवृत्ति की एक माप है। साधारण अर्थ में किसी चीज के औसत को माध्य या मध्यमान कहते हैं। प्राप्तांकों के योगफल को उनकी कुल संख्या (N) से भाग देने पर जो भागफल होता है उसे ही अंकगणीतय मध्यमान कहते हैं। मान लिया जाए कि 5 छात्रों ने एक बुद्धि-परीक्षण पर 100, 105, 95, 90 तथा 80 अंक प्राप्त किए। इन सभी प्राप्तांकों का योगफल ($100 + 105 + 95 + 90 + 80 = 470$) 470 हुआ। अब इस योगफल को सभी प्राप्तांकों की कुल संख्या यानी 5 से भाग देने पर $94 \left[\frac{470}{5} \right]$ आता है। अतः पाँचों विद्यार्थियों के प्राप्तांकों का अंकगणीतय मध्यमान 94 हुआ। रेबर तथा रेबर (Reber & Reber, 2001) ने भी इसी अर्थ में इस मध्यमान को परिभाषित किया है और कहा है, "अंकगणीतय मध्यमान का अर्थ मूल्यों या प्राप्तांकों के योगफल का उनकी संख्या द्वारा भागफल है।" ("Arithmetic mean is the sum of a set of values or scores divided by the number of values or scores.")

माध्य की विशेषताएँ (Properties of the Mean):-

(i) माध्य की एक विशेषता यह है कि बारंबारता-वितरण (frequency distribution) के केन्द्र की ओर निर्देश करता है। यह ऐसे मूल्य को बतलाता है जो वितरण के माध्य या उसके आसपास होता है। जब वितरण बिल्कुल संतुलित होता है तो माध्य वितरण के ठीक केन्द्र में होता है।

(ii) माध्य की एक विशेषता यह भी है कि इससे पता चलता है कि वितरण प्रसामान्य (normal) है या नहीं। प्रसामान्य वितरण होने पर माध्य ठीक केन्द्र में होता है और माध्य (Mean), माध्यिका (Median) तथा बहुलक (Mode) में कोई अन्तर नहीं होता है।

(iii) वितरण के किसी भी प्राप्तांक में परिवर्तन होने पर माध्य में भी परिवर्तन देखा जाता है। उपर्युक्त उदाहरण में 100, 105, 95, 90 तथा 80 का माध्य 94 है। यदि इनमें 80 को 75 कर दिया जाए तो माध्य 93 हो जाएगा और यदि 90 को 95 कर दें तो माध्य 95 हो जाएगा। इसी प्रकार किसी एक प्राप्तांक को हटा देने पर माध्य का मूल्य बदल जाता है।

(iv) माध्य की एक विशेषता यह भी है कि यह किसी वितरण का संतुलन-बिन्दु होता है। इससे कोई प्राप्तांक ऊपर हो तो इसे धनात्मक विचलन (positive deviation) कहेंगे तथा यदि कोई प्राप्तांक इससे नीचे हो तो इसे ऋणात्मक विचलन (negative deviation) कहा जाएगा। जैसे—100, 105, 95, 90 तथा 85 का माध्य 95 है। यहाँ प्राप्तांक 100 तथा 105 वास्तव में माध्य से ऊपर हैं। इसलिए यहाँ $100 - 95 = 5$ तथा $105 - 95 = 10$ धनात्मक विचलन हुए। इसी तरह 90 तथा 85 प्राप्तांक माध्य से नीचे हैं। अतः यहाँ $90 - 95 = -5$ तथा $85 - 95 = -10$ ऋणात्मक विचलन हुए। प्राप्तांक 95 ठीक माध्य के बराबर है। इसलिए यहाँ विचलन शून्य हुआ।

(v) सामान्य परिस्थितियों में माध्यिका तथा बहुलक की तुलना में माध्य में प्रतिदर्श स्थिरता (sampling stability) अधिक पायी जाती है। इसका मुख्य कारण यह है कि प्रतिदर्श के घटने-बढ़ने का अधिक प्रभाव माध्य पर नहीं पड़ता है।

माध्य की उपयोगिताएँ या गुण (Uses or Merits of the Mean):-

बारंबारता-वितरण की केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप के रूप में माध्य की कई उपयोगिताएँ हैं:-

(i) माध्य से किसी समूह या वितरण के औसत (average) का बोध होता है। इससे समूह या वितरण के मानदण्ड (standard) का संकेत मिलता है।

(ii) माध्य से किसी समूह या वितरण के संतुलन का भी संकेत मिलता है। जब किसी समूह या वितरण के माध्य, माध्यिका तथा बहुलक में थोड़ा अन्तर होता है तो इससे पता चलता है कि वह समूह या वितरण अधिक संतुलित है। लेकिन इन तीनों मापों में अन्तर जितना ही अधिक होता है उस समूह या वितरण के उतना ही अधिक असंतुलित होने का संकेत मिलता है।

(iii) माध्य की एक उपयोगिता यह भी है कि इसके आधार पर दो या अधिक समूहों या वितरणों का तुलनात्मक अध्ययन करना सम्भव होता है। किसी वर्ग के सभी लड़कों तथा लड़कियों के प्राप्तांकों के माध्य अलग-अलग निकाले जाएँ तो इससे पता चल सकता है कि उपलब्धि के दृष्टिकोण से लड़कियों तथा लड़कों में श्रेष्ठ कौन है।

(iv) माध्य की उपयोगिता दूसरी कई सांख्यिकी को निकालने के सम्बन्ध में देखी जाती है। जैसे—मानक विचलन (SD), औसत विचलन (AD), टी-परीक्षण (t-test), सहसम्बन्ध (correlation), आदि के परिकलन में माध्य सहायक होता है।

(v) गैरेट (Garrett, 1981) के अनुसार केन्द्रीय प्रवृत्ति की तीनों मापों अर्थात् माध्य, माध्यिका तथा बहुलक में माध्य में सबसे अधिक स्थिरता (stability) पायी जाती है।

माध्य के दोष या सीमाएँ (Demerits or Limitations of the Mean):-

माध्य में निम्नलिखित दोष, सीमाएँ या अलाभ (disadvantages) हैं :-

(i) इसका सबसे गंभीर दोष यह है कि अन्त के निरीक्षणों (extreme observations) का गहरा प्रभाव माध्य पर पड़ता है। जैसे—9, 13, 37, 45, 65 में 9 तथा 13 को 37 से कम प्राप्तांकों में बदल दिया जाए अथवा 45 तथा 65 को 37 से अधिक प्राप्तांकों में बदल दिया जाए तो माध्यिका पर कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा, किन्तु माध्य बदल जाएगा।

(ii) माध्य का निर्धारण न तो निरीक्षण (inspection) से सम्भव है और न ग्राफ़ीय विधि (graphic method) से ही।

(iii) ऐसी गुणात्मक विशेषताएँ, जिनका मात्रात्मक मापन सम्भव नहीं हो पाता है, उनका अध्ययन माध्य से नहीं हो पाता है, जबकि माध्यिका से सम्भव हो जाता है। जैसे—ईमानदारी, सुन्दरता, आदि का अध्ययन।

(iv) यदि किसी श्रृंखला का एक निरीक्षण (observation) या प्राप्तांक लापता हो या खोया हो या अस्पष्ट हो तो उस श्रृंखला का माध्य निकालना सम्भव नहीं होगा। हाँ, उस निरीक्षण या प्राप्तांक को छोड़कर शेष का माध्य निकाला जा सकता है।

(v) माध्य के साथ एक कठिनाई यह है कि यदि आँकड़ों (data) की पूरी जानकारी न हो तो उनके माध्य से गलत निष्कर्ष प्राप्त हो सकता है। जैसे—मान लें कि राम ने पहली जाँच परीक्षा में 45, दूसरी में 50 तथा तीसरी में 55 अंक पाए। श्याम ने इन परीक्षाओं में क्रमशः 55, 50 तथा 45 अंक पाए। अतः अन्त में दोनों ने औसत अंक 50 पाया। इस आधार पर निष्कर्ष निकला कि राम तथा श्याम की उपलब्धियाँ समान रहीं। लेकिन, यह निष्कर्ष गलत है, क्योंकि राम की क्रमशः उन्नति हुई है जबकि श्याम की अवनति हुई है।